



LỚP
12

GIẢI TÍCH

Chương 3: NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

Bài 1: NGUYÊN HÀM

I

NGUYÊN HÀM VÀ TÍNH CHẤT



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I NGUYÊN HÀM VÀ TÍNH CHẤT

1 NGUYÊN HÀM

1.1 ĐỊNH NGHĨA

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . (K là một khoảng, nửa khoảng hoặc một đoạn). Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x trên K .

1.2 ĐỊNH LÝ 1

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C , hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K .

1 NGUYÊN HÀM



Ví dụ 1:

Tính các nguyên hàm của các hàm số sau:

- a) $3x^2$ trên R .
- b) $\cos x$ trên R .



Bài giải

- a) x^3 là một nguyên hàm của hàm số $3x^2$ trên R .
- b) $\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $\cos x$ trên R .

I NGUYÊN HÀM VÀ TÍNH CHẤT

1 NGUYÊN HÀM

1.3 ĐỊNH LÝ 2

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$, với C là một hằng số.

👉 **Kí hiệu:** $\int f(x)dx = F(x) + C$: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K .

👉 **Chú ý :** $f(x)dx$ chính là vi phân của nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ vì $dF(x) = F'(x) dx = f(x)dx$.

1 NGUYÊN HÀM

Ví dụ 2:

Tính:

a) $\int x^4 dx$

c) $\int \frac{1}{s} ds;$

b) $\int \cos x dx;$

d) $\int \frac{1}{\sin^2 v} dv .$



Bài giải

a) $\int x^4 dx = \frac{1}{5} x^5 + C;$

c) $\int \frac{1}{s} ds = \ln|s| + C ;$

b) $\int \cos x dx = \sin x + C;$

d) $\int \frac{1}{\sin^2 v} dv = \tan v + C .$

2 TÍNH CHẤT

2.1 TÍNH CHẤT 1

$$\int f'(x)dx = f(x) + C.$$

2.2 TÍNH CHẤT 2

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \text{ là hằng số khác } 0.$$

2.3 TÍNH CHẤT 3

$$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$$

2

TÍNH CHẤT



Ví dụ 3:

Tính các nguyên hàm sau:

a) $\int (\cos x)' dx ;$

b) $\int (3x^2 - \frac{1}{x}) dx .$



Bài giải

$$\text{a) } \int (\cos x)' dx = \int (-\sin x) dx = \cos x + C$$

$$\text{b) } \int (3x^2 - \frac{1}{x}) dx = \int 3x^2 dx - \int \frac{1}{x} dx = x^3 - \ln|x| + C$$

3

SỰ TỒN TẠI NGUYÊN HÀM

ĐỊNH LÝ 3

Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K .

3 SỰ TỒN TẠI NGUYÊN HÀM



Ví dụ 4:

Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.



Bài giải

Hàm số $f(x) = x^5$ có nguyên hàm trên các khoảng $(-\infty; +\infty)$
và $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$.

3 SỰ TỒN TẠI NGUYÊN HÀM



Ví dụ 5:

Tìm nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{1}{x}$ trên các khoảng $(-\infty; 0); (0; +\infty)$.



Bài giải

Hàm số $g(x) = \frac{1}{x}$ có nguyên hàm trên các khoảng $(-\infty; 0); (0; +\infty)$
và $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

3 SỰ TỒN TẠI NGUYÊN HÀM



Ví dụ 6:

Tìm nguyên hàm của hàm số $h(x) = \int x^{\frac{2}{3}} dx$ trên khoảng $(0; +\infty)$.



Bài giải

Hàm số $h(x) = \int x^{\frac{2}{3}} dx$ có nguyên hàm trên khoảng $(0; +\infty)$
và $\int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + C.$

3 SỰ TỒN TẠI NGUYÊN HÀM



Ví dụ 7:

Tìm nguyên hàm của hàm số $u(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ trên từng khoảng $(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$.



Bài giải

Hàm số $u(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ có nguyên hàm trên từng khoảng $(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$
và $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

4

BẢNG NGUYÊN HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

Từ bảng đạo hàm, ta có bảng nguyên hàm sau:

$$\int 0 dx = C$$

$$\int dx = x + C$$

$$\int x^{\alpha} dx = \frac{1}{\alpha + 1} x^{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0; a \neq 1)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$



CÁC BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Kết quả của $\int (3 \sin x - e^{2x+1}) dx$ bằng:

- A. $F(X) = -3 \sin x - e^{\frac{(e^2)^x}{2}} + C$ B. $F(X) = -3 \cos x + e^{\frac{(e^2)^x}{2}} + C.$
 C. $F(X) = 3 \cos x - e^{\frac{(e^2)^x}{2}} + C.$ **D.** $F(X) = -3 \cos x - e^{\frac{(e^2)^x}{2}} + C.$



Bài giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \int (3 \sin x - e^{2x+1}) dx &= 3 \int \sin x dx - e \int (e^2)^x dx \\ &= -3 \cos x - e^{\frac{(e^2)^x}{2}} + C \end{aligned}$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 2

Kết quả của $\int (\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x^2})dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{5}x^{\frac{5}{3}} + C.$

B. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{5}x^{\frac{5}{3}}.$

C. $F(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{5}x^{\frac{5}{3}} + C.$

D. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + C.$



Bài giải

Chọn A.
$$\int (\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x^2})dx = \int (x^{\frac{1}{2}} + 2x^{\frac{2}{3}})dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{5}x^{\frac{5}{3}} + C$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 3

Kết quả của $\int (3x^2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{\sin^2 x}) dx$ bằng:

A. $F(x) = 6x - \ln|x| - \cot x + C.$

B. $F(x) = x^3 - \ln|x| - \cot x + C.$

C. $F(x) = x^3 - \ln|x| + \cot x + C.$

D. $F(x) = 6x - \ln|x| + \cot x + C.$



Bài giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \int \left(3x^2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx &= 3 \int x^2 dx - \int \frac{1}{x} dx + \int \frac{1}{\sin^2 x} dx \\ &= x^3 - \ln|x| - \cot x + C \end{aligned}$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 4

Kết quả của $\int (5^{x-1} + \frac{1}{\cos^2 x}) dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{1}{5} \frac{5^x}{\ln 5} - \tan x + C.$

B. $F(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + \tan x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{5} \frac{5^x}{\ln 5} + \tan x + C.$

D. $F(x) = \frac{5^x}{\ln 5} - \tan x + C.$



Bài giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \int (5^{x-1} + \frac{1}{\cos^2 x}) dx &= \int 5^{x-1} dx + \int \frac{1}{\cos^2 x} dx \\ &= \frac{1}{5} \frac{5^x}{\ln 5} + \tan x + C \end{aligned}$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

☒ = > Câu 5

Kết quả của $\int \frac{1+\sqrt{x}-x^3}{x^4} dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{-1}{3} \frac{1}{x^3} - \frac{2}{5} \frac{1}{\sqrt{x^5}} - \ln|x| + C$

B. $F(x) = \frac{1}{3} \frac{1}{x^3} - \frac{2}{5} \frac{1}{\sqrt{x^5}} - \ln|x| + C$

C. $F(x) = \frac{-1}{3} \frac{1}{x^3} + \frac{2}{5} \frac{1}{\sqrt{x^5}} - \ln|x| + C$

D. $F(x) = \frac{1}{3} \frac{1}{x^3} + \frac{2}{5} \frac{1}{\sqrt{x^5}} - \ln|x| + C$



Bài giải

Chọn A.

Bài giải
Chọn A. $\int \frac{1 + \sqrt{x} - x^3}{x^4} dx = \int \frac{1}{x^4} dx + \int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^4} dx - \int \frac{x^3}{x^4} dx = \int \frac{1}{x^4} dx + \int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^4} dx - \int \frac{x^3}{x^4} dx$
 $= \int x^{-4} dx + \int x^{-\frac{7}{2}} dx - \int \frac{1}{x} dx$
 $= \frac{-1}{3} \frac{1}{x^3} - \frac{2}{5} \frac{1}{\sqrt{x^5}} - \ln|x| + C$

DẶN DÒ

1 Xem lại các dạng bài tập trên

2 Xem trước phần tiếp theo bài **NGUYÊN HÀM**